

Streszczenie

Rozprawa bada szczególne konfiguracje punktów, prostych i krzywych w geometrii rzutowej poprzez algebrę ich ideałów jednorodnych. Jej motywem przewodnim jest obserwacja, że klasyczne zjawiska incydencyjne często mają precyzyjne odpowiedniki algebraiczne: potęgi symboliczne opisują zadane krotności znikania, potęgi zwykłe kodują ograniczenia faktoryzacyjne, funkcje Hilberta mierzą zjawiska interpolacyjne, a projekcje pozwalają przenosić konfiguracje przestrzenne do płaskich przecięć zupełnych.

Pierwsza część pracy zawiera ogólne tło matematyczne potrzebne w dalszych rozdziałach. Przypomniane są skończone podschematy przestrzeni rzutowej, ideały jednorodne, funkcje Hilberta, przecięcia zupełne, potęgi symboliczne, problemy zawierania, testy przynależności za pomocą baz Gröbnera, projekcje skończonych zbiorów punktów, problemy interpolacyjne typu Weddle’a oraz prawo grupowe na gładkiej krzywej kubicznej. Celem tego wprowadzenia jest przedstawienie późniejszych przykładów jako konstrukcji geometrycznych, a nie tylko jako izolowanych obliczeń.

Kolejne rozdziały dotyczą czterech rodzin konfiguracji. Układ Yoshinagi służy do badania niepowodzenia zawierania $I^{(3)} \subseteq I^2$ dla ideałów punktów na płaszczyźnie. Konfiguracja $\mathbf{H}_4$ daje wyjątkowy przykład zbioru geproci w $\mathbb{P}^3$, którego ogólna projekcja na płaszczyznę jest przecięciem zupełnym, ale nie wynika z elementarnej konstrukcji kratowej. Loci typu Weddle’a są omawiane jako zbiory wierzchołków stożków przechodzących przez zadane punkty bazowe, ze szczególnym uwzględnieniem różnicy między rachunkiem interpolacyjnym a udowodnionymi stopniami. Ostatnia część pracy opisuje punkty fleksyjne, punkty sekstaktyczne oraz punkty typu 9 na kubice Fermata za pomocą odwzorowania styczna–residuum i torsji w prawie grupowym krzywej eliptycznej.

Słowa kluczowe: potęgi symboliczne, problem zawierania, zawieranie Harbourne’a–Huneke, układy prostych, przecięcia zupełne, zbiory geproci, powierzchnie Weddle’a, kubika Fermata, punkty sekstaktyczne, punkty torsyjne.