

Opinia o rozprawie habilitacyjnej i dorobku naukowym
dra. Pawła Wójcika
w związku z postępowaniem o nadanie stopnia naukowego
doktora habilitowanego.

Doktor Paweł Wójcik jest absolwentem kierunku matematyka Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie, który ukończył w 2009 roku.

W latach 2011 - 2014 dr Paweł Wójcik był zatrudniony w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie na stanowisku asystenta. Następnie od roku 2014 do dzisiaj pracuje on w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie na etacie adiunkta. Ponadto w latach 2018 - 2019 uzyskał on urlop naukowy (staż w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Śląskiego). Również w roku 2023 otrzymał on stanowisko badawcze w Instytucie Matematyki Uniwersytetu Pedagogicznego w Krakowie

W 2014 roku habilitant uzyskała stopień naukowy doktora nauk matematycznych za rozprawę doktorską zatytułowaną *Operatory zachowujące, w sposób przybliżony i dokładny, ortogonalność i relacje pokrewne* napisaną pod kierunkiem dra. hab. Jacka Chmielińskiego.

Doktor Paweł Wójcik jest autorem bądź współautorem 58 publikacji, przy czym 53 prace ukazały się po uzyskaniu przez niego stopnia doktora.

Na rozprawę habilitacyjną dra. Pawła Wójcika składa się 12 artykułów, których osiem dotyczy pochodnych norm i najlepszej aproksymacji, a cztery pozostałe rozwiązań otwartych problemów.

Prace (1-N), (3-N), (6-N) i (8-N) są związane z przybliżoną ortogonalnością w sensie Birkhoffa. Pojęcie to motywowane definicją przybliżonej ortogonalności w przestrzeniach unitarnych zostało wprowadzone przez J. Chmielińskiego (zob. [21], str. 40 autoreferatu). Pierwsze istotne twierdzenie wykazane przez habilitanta, to Tw. 2.1 (str. 6 autoreferatu), w którym podana jest charakterystyka przybliżonej ortogonalności w sensie Birkhoffa w pracy (1-N) w przypadku rzeczywistym, a w pracy (6-N) w przypadku zespolonym. Wypada wspomnieć że Tw. 2.1 było wykorzystywane w pracach innych matematyków (zob. [60, 66], str. 42 autoreferatu). Ponadto Twierdzenia 2.2 - 2.6 dotyczą stałej symetrii B-ortogonalności (zob. str. 3 autoreferatu). Kolejnym rezultatem związanym z tą problematyką jest Twierdzenie 2.7 podające charakterystykę przybliżonej ortogonalności w sensie Birkhoffa w tzw. $\mathcal{A}$ modułach. Twierdzenie 2.9 dotyczy charakterystyki przybliżonej ortogonalności w sensie Birkhoffa w przestrzeni $\mathcal{L}(H)$ liniowych i ciągłych operatorów z przestrzeni Hilberta H o wartościach w H , co między innymi uogólnia rezultat z pracy [13] (zob. str. 39 autoreferatu). Najnowsze rezultaty odnoszące się do tej tematyki to Twierdzenia 2.10, 2.12 i 2.13 z prac (1 - N) i (8 - N) (zob. str. 9, 10 autoreferatu).

Ponadto w pracy (8 - N) wykazano rezultaty porównujące przybliżoną ortogonalność w sensie Birkhoffa z przybliżoną ortogonalnością w sensie Dragomira (zob. Twierdzenie 2.14, Propozycja 2.15) jak również wyniki charakteryzujące przybliżo-

ną ortogonalność w sensie Birkhoffa w przestrzeni operatorów liniowych i ciągłych z przestrzeni Banacha X do przestrzeni Banacha Y (zob. Twierdzenia 2.19 i 2.20).

Drugi nurt badań naukowych dra. Pawła Wójcika jest związany z teorią aproksymacji, a w szczególności badaniem tzw. *silnej jedyności najlepszej aproksymacji*. Jest to pojęcie wprowadzone przez Neumana i Shapiro w pracy [65] (zob. str. 42 autoreferatu). Silna jedyność jest pewnym uogólnieniem jedyności elementu najlepszej aproksymacji i znajduje między innymi zastosowanie w dowodzie Tw. Freuda o ciągłości operatora najlepszej aproksymacji jak również w algorytmicznym wyznaczaniu elementu najlepszej aproksymacji. Wśród wielu rezultatów udowodnionych przez dra. Pawła Wójcika związanych z tą tematyką za najistotniejsze uznałbym Twierdzenia 2.22, 2.23, 2.28 i 2.29 z pracy (4 - N). W szczególności interesująca jest wprowadzona przez dra. Wójcika własność (IE) zdefiniowana w pracy (4 - N) (zob. (2.17), str. 16 autoreferatu) która jest ciekawym uogólnieniem klasycznej w teorii aproksymacji własności Haara. Zastosowanie własności (IE) pozwoliło habilitantowi uogólnić wcześniejsze rezultaty Lewickiego, Micek i Propheta (zob. [48- 51] str. 41 autoreferatu). Są to Twierdzenia 2.38 - 2.42 z pracy (4 - N) (zob. str. 17,18 autoreferatu). W pracy (7 - N) zaprezentowano inne podejście do silnej jedyności poprzez wprowadzenie przez habilitanta definicji wierzchołka kuli jednostkowej (zob. str. 18 autoreferatu). Wierzchołki są to punkty ekstremalne kuli jednostkowej spełniające pewną dodatkową własność. Za najbardziej interesujące rezultaty z pracy (7 - N) uznałbym Twierdzenia 2.45, 2.50, 2.51 i 2.52.

Kolejny nurt w pracy naukowej habilitanta jest związany z klasycznym twierdzeniem Daygavieta. Mówi ono że jeżeli S jest operatorem liniowym, zwartym z przestrzeni $C(T)$ w siebie, gdzie $C(T)$ jest przestrzenią funkcji ciągłych na zbiorze zwartym T bez punktów izolowanych, to $\|Id - S\| = 1 + \|S\|$. To twierdzenie stało się motywacją do badania kiedy zachodzi powyższy wzór lub jakieś jego modyfikacje. Tego typu badania dr Paweł Wójcik przedstawił w pracy (2 - N). Tutaj za najistotniejsze rezultaty uznałbym Twierdzenia 2.58, 2.59 i Twierdzenie 2.66 które wiąże równanie Fredholma z równaniem Daygavieta.

Praca (5 - N) jest natomiast związana z klasycznym twierdzeniem Rudina dotyczącym konstrukcji projekcji przemiennej z grupami operatorów liniowych. Tu za najważniejsze rezultaty uznałbym Twierdzenia 2.69 i 2.71 dotyczące istnienia semiiloczynu skalarne.

Ponadto habilitant w pracach (1 - S) - (4 - S) rozwiązał częściowo pewne otwarte problemy postawione w monografii [2] (zob. bibliografię autoreferatu). Są to Twierdzenia 3.2 i 3.3 rozwiązujące częściowo Problem 3.1 (zob. str. 26 autoreferatu), Twierdzenie 3.7 rozwiązujące Problem 3.4 (zob. str. 27 autoreferatu), Twierdzenia 3.13, 3.29 i 3.30 rozwiązujące częściowo Problem 3.9 (zob. str. 28 autoreferatu) oraz Twierdzenie 3.23 rozwiązujące Problem 3.15 (zob. str. 32 autoreferatu).

Inne artykuły habilitanta (a jest ich 39, 5 napisanych przed doktoratem) dotyczą głównie różnych wariantów ortogonalności, geometrycznych własności kuli jednostkowej w przestrzeniach Banacha, równania Daugavieta i równania Fredholma.

Omówię teraz inne aspekty działalności dra. Pawła Wójcika. W swoich badaniach naukowych współpracował on z wieloma matematykami głównie z Uniwersytetu Jagiellońskiego, Uniwersytetu Śląskiego i Uniwersytetu Zielonogórskiego. Był on w roku 2018 kierownikiem projektu Miniatura 2, nr 2018/02/X/ST1/00313. Po dok-

toracie uczestniczył on w 19-tu konferencjach międzynarodowych wygłaszając podczas nich referaty. Był on ponadto współorganizatorem czterech międzynarodowych konferencji naukowych. Dr Paweł Wójcik jest także aktywnym uczestnikiem Seminarium z równań i nierówności funkcyjnych wielu zmiennych, Seminarium z równań funkcyjnych (Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego) oraz Seminarium z geometrii przestrzeni Banacha (Instytut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego). Za swoją działalność naukową był on wyróżniony między innymi Stypendium Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego dla wybitnych młodych matematyków oraz uzyskał pierwsze miejsce w konkursie im. Marka Kuczyńskiego organizowanym przez Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego. Na podstawie dostarczonego mi autoreferatu nie mam żadnych zastrzeżeń do jego działalności dydaktycznej.

Konkludując uważam, że rezultaty osiągnięte przez dra. Pawła Wójcika w rozprawie habilitacyjnej są ciekawe, nawiązują do prac i problemów postawionych przez innych autorów i wnoszą istotny wkład w teorię ortogonalności, teorię projekcji minimalnych i problematykę związaną z równaniem Daygavieta. Artykuły wchodzące w skład rozprawy habilitacyjnej są wprawdzie współautorskie, ale oświadczenia współautorów jednoznacznie wskazują na dominującą rolę habilitanta w ich przygotowaniu.

Prace dra. Wójcika są cytowane 293 razy (według Web of Science) a jego indeks Hirscha wynosi 10, co jest moim zdaniem wynikiem znakomitym. Świadczy to jednoznacznie o jakości wyników zawartych w wyżej wymienionych publikacjach habilitanta.

Na podstawie wyżej wymienionych faktów z pełną odpowiedzialnością stwierdzam, że dr. Paweł Wójcik spełnia warunki ustawy z dnia 20 lipca 2018 roku *Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce* (Dz. U. z 2020 r., poz. 85 z późn. zm.) a jego rozprawa habilitacyjna i dorobek naukowy uzasadniają nadanie mu stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych.

Równocześnie wnioskuję o dopuszczenie dra. Pawła Wójcika do dalszych etapów postępowania habilitacyjnego.

Kraków, dnia 9 listopada 2023 roku

Prof. dr hab. Grzegorz Lewicki
Profesor zwyczajny w Instytucie Matematyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie

Grzegorz Lewicki